

Poziom 1

Zadanie 1

Znaleźć taką najmniejszą liczbę naturalną n , aby liczby postaci $n + 1$ oraz $n - 110$ były kwadratami liczb naturalnych.

Zadanie 2

Na każdym polu szachownicy 8×8 stawiamy pionek z napisaną na nim jedną z liczb: $-1, 0, 1$. Liczby napisane na pionkach tego samego wiersza, tej samej kolumny i na tej samej przekątnej sumujemy. Otrzymaliśmy 18 sum. Dowieść, że wśród nich co najmniej dwie są równe.

Zadanie 3

Wykazać, że liczba $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$ jest podzielna przez 6.

Poziom 2

Zadanie 1

Dodając sumę, różnicę, iloczyn i iloraz dwóch liczb całkowitych otrzymamy liczbę 450. Znaleźć te liczby.

Zadanie 2

Kwadrat został podzielony na cztery kwadraciki przystające prostymi równoległymi do jego boków. W każdy kwadracik wpisano po jednej cyfrze różnej od zera. W ten sposób otrzymano cztery liczby dwucyfrowe: dwie w poziomie i dwie w pionie. Jakie cyfry wpisano w kwadraciki, jeżeli suma tych czterech liczb dwucyfrowych była równa 67.

Zadanie 3

Dowieść, że różnica czwartych potęg dwóch liczb całkowitych, różniących się o 2, jest podzielna przez 8.

Poziom 3

Zadanie 1

Znaleźć wzór funkcji i określić jej dziedzinę, wiedząc, że wykresem tej funkcji jest najkrótszy odcinek, do którego należy punkt $B=(2,5)$, a środkiem tego odcinka jest punkt $S=(0,1)$.

Zadanie 2

Dla jakich wartości rzeczywistych parametru m liczba 1 leży pomiędzy rozwiązaniami rzeczywistymi równania $mx^2 - 4x = 4x^2 - m + 3$?

Zadanie 3

Podaj wszystkie pary liczb całkowitych spełniających układ nierówności:

$$\begin{cases} y - |x^2 - 2x| \geq 0 \\ y + |x - 1| \leq 2 \end{cases}$$