

## **Poziom I**

### **Zadanie 1.**

Rozwiąż w zbiorze liczb rzeczywistych układ równań:

$$\begin{cases} |x - 1| + |y - 5| = 1 \\ y = 5 + |x - 1| \end{cases}$$

### **Zadanie 2.**

Równoległe boki trapezu równoramiennego opisanego na okręgu o promieniu  $r$ , mają długości  $a$  i  $b$ . Udowodnij, że:  $\frac{1}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .

### **Zadanie 3.**

Czterocyfrowe liczby całkowite  $m$  i  $n$  są różne i utworzone z tych samych cyfr. Rozstrzygnij, czy różnica tych liczb jest podzielna przez 9.

## **Poziom II**

### **Zadanie 1.**

Rozwiąż nierówność w zbiorze liczb rzeczywistych

$$\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 \geq \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 + \frac{3}{2}$$

### **Zadanie 2.**

Pierwiastki równania  $x^2 + ax = b - 1$  są liczbami naturalnymi. Wykaż, że liczba  $a^2 + b^2$  jest liczbą całkowitą złożoną.

### **Zadanie 3.**

Wyznacz długości boków trójkąta wiedząc, że są one kolejnymi liczbami naturalnymi, zaś największy kąt wewnętrzny jest dwa razy większy od najmniejszego.

### Poziom III

#### Zadanie 1.

Równanie w zbiorze liczb rzeczywistych  $\left| 10\sin\frac{x}{2} + \frac{1}{\sin\frac{x}{2}} - 6 \right|^{\sqrt{11x-x^2-10}} = 1$

#### Zadanie 2.

Dowieść, że dla dowolnej liczby rzeczywistej  $x$  zachodzi nierówność

$$2^{\sin x} + 2^{\cos x} \geq 2^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

#### Zadanie 3.

Oblicz pole trójkąta, którego długości boków wyrażają się liczbami całkowitymi ze zbioru rozwiązań nierówności:

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} \leq \frac{1}{x-2}$$